http://www.jezasoft.co.cc
jezasoft@gmail.com

UNIVERSIDAD NACIONAL DE COLOMBIA
SEDE MANIZALES

MATEMÁTICA APLICADA
ILUSTRACIÓN
REGRESIÓN Y AJUSTE POLINÓMICO
Manizales, 08 de Abril de 2010

Aplicar el ajuste de curvas por el método de los mínimos cuadrados a los datos experimentales de la tabla que se comporta de acuerdo a la función y calcular: (cuatro cifras decimales)

a) x=? si y=50
b) y=? si x=10

x	5	7	9	11	13	15	17
y	9,1701	20,5205	42,1712	82,3855	155,6272	287,0235	519,9472

FUNCIÓN

$$y = cxe^{dx}$$

Realizando los procedimientos algebraicos para poder representar la expresion en forma lineal.

$$y = cxe^{dx}$$

$$\ln y = \ln\left(cxe^{dx}\right)$$

$$\ln y = \ln c + \ln x + dx$$

$$\ln y - \ln x = \ln c + dx$$

$$\ln \frac{y}{x} = \ln c + dx \begin{cases} C = \ln(c) \\ Y = \ln \dfrac{y}{x} \end{cases}$$

$$Y = dx + C \Rightarrow y = ax + b$$

x	**y**	**Y (ln(y/x))**
5	9,1701	**0,6065**
7	20,5205	**1,0755**
9	42,1712	**1,5445**
11	82,3855	**2,0135**
13	155,6272	**2,4825**
15	287,0235	**2,9515**
17	519,9472	**3,4205**

Después de aplicar la correlación de forma lineal **x** vs **Y**, obtengo:

UNIVERSIDAD NACIONAL DE COLOMBIA
SEDE MANIZALES

MATEMÁTICA APLICADA
ILUSTRACIÓN
REGRESIÓN Y AJUSTE POLINÓMICO
Manizales, 08 de Abril de 2010

$$y = ax + b \begin{cases} r^2 = 0.9999 \\ a = 0.2345 \\ b = -0.5659 \end{cases}$$

$$C = b, C = \ln(c), \ln(c) = -0.5659$$

$$a = d = 0.2345$$

$$\ln c = -0.5659 \Rightarrow c = e^{-0.5659} = 0.5678$$

$$d = a = 0.2345$$

$$y = 0.5678xe^{0.2345x}$$

Para la obtención de los valores estimados para **x** e **y**:

a) Conocido el valor de **x=10**, la deducción del valor estimado de **y** se hace realizando la sustitución directa en la expresión algebraica encontrada:

$$\hat{y} = 0.5678xe^{0.2345x}$$

$$\hat{y} = 0.5678(10)e^{0.2345(10)}$$

$$\boxed{x = 10 \rightarrow \hat{y} = 59.2401}$$

Este valor concuerda con la tendencia observada en los datos experimentales

b) Conocido el valor de **y=50**, la deducción del valor estimado de **x** se hace con base en la expresión:

$$50 = 0.5678\hat{x}e^{0.2345\hat{x}}$$

UNIVERSIDAD NACIONAL DE COLOMBIA
SEDE MANIZALES

MATEMÁTICA APLICADA
ILUSTRACIÓN
REGRESIÓN Y AJUSTE POLINÓMICO
Manizales, 08 de Abril de 2010

$$\frac{50}{0.5678} = \hat{x}e^{0.2345\hat{x}}$$

$$\hat{x}e^{0.2345\hat{x}} - 88.0591 = 0$$

La expresión queda de forma que el despeje se hace algebraicamente imposible y el método de solución por aplicar podrian ser:

i. Prueba y error.
ii. Newton Raphson.

i. Prueba y error.

El método de prueba y error nos compromete a realizar la verificación de valores que con base en el tabulado, el cual nos hace sospechar que el valor de **x** esta entre **9** y **11**.

Inicialmente uno propone el modelo de partes medias, lo anterior significa que probaremos inicialmente con x=10.

X	ECUACIÓN
10	16.27362728

.

El comportamiento de la variable **y** cuando aumenta la variable **x** es directa, esto significa que cuando aumenta **x** eso implica que aumenta **y**. Por lo anterior el objeto es que la ecuación se acerque a cero. Deberemos dispinuir x, por lo anterior obtendremos la parte media entre el menor propuesto inicialmente 9 y el valor tomado anteriormente 10. El nuevo valor sera 9.5

X	ECUACIÓN
9.5	0.091066583

.

Se alcanza a observar que el valor si se acerca a cero. El soguiente punto se obtendra calculando el valor promedio entre el valor menor inicialmente propuesto 9 y el valor anterior 9.5. El nuevo valor es 9.25

X	ECUACIÓN
9.25	-7.11582898

.
Alcanzamos a observar que el valor obtenido es inferior al cero que buscamos. Lo anterior nos convoca a movernos desde 9.25 a 9.5 y el nuevo valor sera el promedio entre éstos dos. El nuevo valor es 9.375

X	ECUACIÓN
9.375	-3.58169756

.
Alcanzamos a observar que el valor obtenido es inferior al cero que buscamos. Lo anterior nos convoca a movernos desde 9.375 a 9.5 y el nuevo valor sera el promedio entre éstos dos. El nuevo valor es 9.4375

X	ECUACIÓN
9.4375	-1.76296042

.
Alcanzamos a observar que el valor obtenido es inferior al cero que buscamos. Lo anterior nos convoca a movernos desde 9.4375 a 9.5 y el nuevo valor sera el promedio entre éstos dos. El nuevo valor es 9.46875

X	ECUACIÓN
9.46875	-0.84039823

.
Alcanzamos a observar que el valor obtenido es inferior al cero que

buscamos. Lo anterior nos convoca a movernos desde 9.46875 a 9.5 y el nuevo valor sera el promedio entre éstos dos. El nuevo valor es 9.48438

X	ECUACIÓN
9.48438	-0.3757837

.
Alcanzamos a observar que el valor obtenido es inferior al cero que buscamos. Lo anterior nos convoca a movernos desde 9.48438 a 9.5 y el nuevo valor sera el promedio entre éstos dos. El nuevo valor es 9.4921875

X	ECUACIÓN
9.4921875	-0.14263866

.
Alcanzamos a observar que el valor obtenido es inferior al cero que buscamos. Lo anterior nos convoca a movernos desde 9.4921875 a 9.5 y el nuevo valor sera el promedio entre éstos dos. El nuevo valor es 9.4960938

X	ECUACIÓN
9.4960938	-0.02585615

.
Alcanzamos a observar que el valor obtenido es inferior al cero que buscamos. Lo anterior nos convoca a movernos desde 9.4960938 a 9.5 y el nuevo valor sera el promedio entre éstos dos. El nuevo valor es 9.4980469

X	ECUACIÓN
9.4980469	0.032587682

.

Alcanzamos a observar que el valor obtenido supera al cero que buscamos. Lo anterior nos convoca a movernos desde 9.4960938 a 9.4980469 y el nuevo valor sera el promedio entre éstos dos. El nuevo valor es 9.4970703

X	ECUACIÓN
9.4970703	0.003361759

.
Después de verificados los valores y teniendo en cuenta una aproximación de cuatro cifras decimales el valor es **x=9.4970**
Como se pudo observar el metodo de tanteo y error es largo, dispendioso u de mucho cuidado para orientarse de forma correcta en la tendencia de las partes medias.

ii. Newton Raphson.

Éste es un método numérico formal por iteraciones y con base en una tolerancia para su convergencia.
La expresión que se maneja aquí para la obtención de una aproximación de la solución es:

$$x_{i+1} = x_i - \frac{f(x_i)}{f'(x_i)}, i = 0..n$$

n representa el número de iteraciones hasta que se cumpla la condición de convergencia del modelo.

$$tolerancia = 0.0001$$

$$converge \quad cuando \quad \left|\frac{f(x_i)}{f'(x_i)}\right| < tolerancia$$

$$\hat{x}e^{0.2345\hat{x}} - 88.0591 = 0$$

El método de Newton Raphson requiere de cuatro parámetros:

a) La función algebraica.

b) La derivada de la función algebraica.

c) Un valor inicial de x que se sospeche que se encuentra cerca del valor de la raíz.

d) La tolerancia.

La función algebraica. La ecuación problema que se obtuvo en la parte anterior se convierte en función para que se le pueda aplicar el procedimiento propuesto.

$$f(x) = xe^{0.2345x} - 88.0591$$

La derivada de la función algebraica.

$$f'(x) = x\left(e^{0.2345x}\right)' + e^{0.2345x}\left(x\right)'$$

$$f'(x) = xe^{0.2345x}0.2345 + e^{0.2345x}$$

$$f'(x) = e^{0.2345x}\left(0.2345x + 1\right)$$

EL valor inicial.

$$x_0 = 9$$

Tolerancia.

$$tolerancia = 0.0001$$

A partir de la información anterior se realizara la siguiente tabla, la cual expone la forma como de realizan de forma secuencial los cálculos, hasta llegar al valor que cumpla con la tolerancia propuesta.

Xn	f(Xn)	f\`(Xn)	f(Xn)/f´(Xn)
9.00000	-13.78780	25.66899	-0.53714
9.53714	1.20974	30.29367	0.03993
9.49720	0.00739	29.92448	0.00025
9.49696	0.00000	29.92221	0.00000

.

Con base en la tabla anterior por el método de **Newton Raphson** el valor de x es 9.49696; se aprecia mucho más preciso y rápido que el método inicial de **Prueba y Error**.

$$\boxed{y = 50 \rightarrow \hat{x} = 9.49696}$$