UNIVERSIDAD NACIONAL DE COLOMBIA

MATEMÁTICA APLICADA
INGENIERÍAS
CALCULO DIFERENCIAL
SOLUCIÓN PARCIAL 01(GRUPO 04)
Manizales, 26 de Septiembre de 2013

1. Encuentre la ecuación de la recta que pasa por el punto $P(17,12)$ y es perpendicular a la recta de ecuación $5x+12y-60=0$. Determine las coordenadas del punto de intersección de estas líneas y halle la distancia de P a la línea.

$$y=mx+b \to P(17,12)$$
$$\perp 5x+12-60=0$$

Determine las coordenadas del punto de intersección y halle la distancia P a la línea.
Deduzco la pendiente de la recta $5x+12y-60=0$

$$12y=60-5x$$
$$y=\frac{60}{12}-\frac{5}{12}x \to m_1=-\frac{5}{12}$$

Con el punto P(17,12) y la pendiente perpendicular.

$$m_1m_2=-1$$
$$m_2=\frac{-1}{-\frac{5}{12}}=\frac{12}{5}$$
$$y-y_1=m_2(x-x_1)$$
$$y-12=\frac{12}{5}(x-17)$$
$$y=\frac{12}{5}x-\frac{203}{5}+\frac{60}{5}$$
$$y=\frac{12}{5}x-\frac{144}{5}$$

Teniendo las dos ecuaciones de las líneas rectas, calculo la coordenada donde se interceptan.

$$\begin{cases} y=5-\frac{5}{12}x \\ y=\frac{144}{5}+\frac{12}{5}x \end{cases}$$

Igualando las dos ecuaciones:

$$5-\frac{5}{12}x=-\frac{144}{5}+\frac{12}{5}x$$
$$-\frac{5}{12}x-\frac{12}{5}x=-\frac{144}{5}-5$$

$$\frac{25+144}{60}x=\frac{144+25}{5}$$
$$\frac{169}{60}x=\frac{169}{5}$$
$$x=\frac{60}{5}=12$$

Reemplazando el valor encontrado en una de las ecuaciones del sistema:

$$y=5-\frac{5}{12}(12)=0$$

La coordenada de intercepción es $(x_2,y_2)=(12,0)$, ahora procedo a calcular la distancia al punto P.

$$(x_1,y_1)=(17,12)\quad (x_2,y_2)=(12,0)$$
$$d=\sqrt{(17-12)^2+(12-0)^2}$$
$$d=\sqrt{5^2+12^2}=13$$

2. En el desarrollo del siguiente polinomio. Determine el término de x^7:

$$\left(\frac{x}{3}-\frac{3}{2\sqrt{x}}\right)^9$$
$$\left(\frac{x}{3}-\frac{3}{2\sqrt{x}}\right)^9=\left(\frac{x}{3}+\left(-\frac{3}{2x^{1/2}}\right)\right)^9$$
$$(x+y)^n=\sum_{k=0}^{n}\binom{n}{k}x^{n-k}y^k$$
$$(x+y)^9=\sum_{k=0}^{9}\binom{9}{k}x^{9-k}y^k$$
$$x^{9-k}y^k=x^{9-k}\left(x^{-1/2}\right)^k=x^7$$
$$x^9x^{-k}x^{-k/2}=x^7$$
$$x^{9-k-k/2}=x^7$$
$$9-k-\frac{k}{2}=7$$
$$-\frac{3}{2}k=7-9$$

$$k=-2\left(-\frac{2}{3}\right)$$
$$k=\frac{4}{3}$$

No existe solución, k debe ser un número entero positivo.

3. Descomponer en fracciones parciales:

$$\frac{x^4+x^3+1}{\left(x^2+4\right)^3}$$

$$\frac{x^4+x^3+1}{\left(x^2+4\right)^3}=\frac{Ax+B}{\left(x^2+4\right)^3}+\frac{Cx+D}{\left(x^2+4\right)^2}+\frac{Ex+F}{x^2+4}$$

$$\frac{x^4+x^3+1}{\left(x^2+4\right)^3}=\frac{Ax+B+\left(Cx+D\right)\left(x^2+4\right)+\left(Ex+F\right)\left(x^2+4\right)^2}{\left(x^2+4\right)^3}$$

$$\frac{x^4+x^3+1}{\left(x^2+4\right)^3}=\frac{Ax+B+Cx^3+4Cx+Dx^2+4D+Ex^5+8Ex^3+16E+Fx^4+8Ex^2+16F}{\left(x^2+4\right)^3}$$

Procedo a realizar la relación de los coeficientes con base en los exponentes de la variable x:

$$x^0 \to B+4D+16E+16F=1$$
$$x^1 \to A+4C=0$$
$$x^2 \to D+8F=0$$
$$x^3 \to C+8E=1$$
$$x^4 \to F=1$$
$$x^5 \to E=0$$

Luego del procedimiento algebraico, se deducen los siguientes valores:

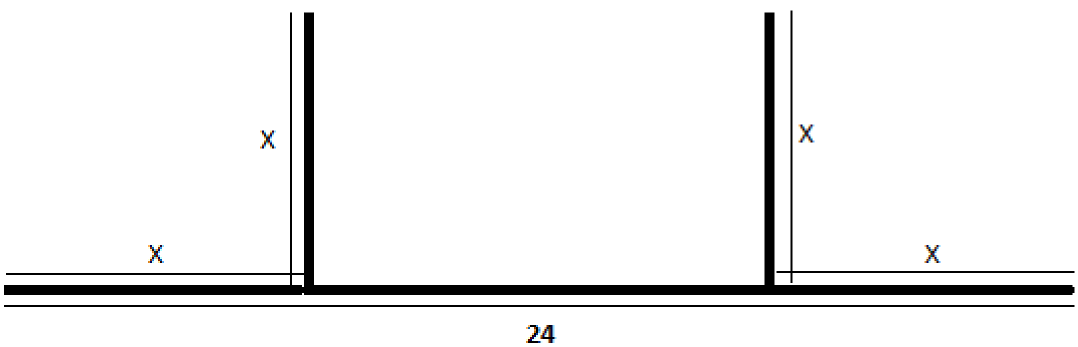
$$A=-4$$
$$B=17$$
$$C=1$$
$$D=-8$$
$$E=0$$
$$F=1$$

UNIVERSIDAD NACIONAL DE COLOMBIA

MATEMÁTICA APLICADA
INGENIERÍAS
CALCULO DIFERENCIAL
SOLUCIÓN PARCIAL 01(GRUPO 04)
Manizales, 26 de Septiembre de 2013

$$\frac{x^4+x^3+1}{\left(x^2+4\right)^3}=\frac{-4x+17}{\left(x^2+4\right)^3}+\frac{x-8}{\left(x^2+4\right)^2}+\frac{1}{x^2+4}$$

4. Una canaleta rectangular se construye doblando una lámina metálica de 24 cm de ancho como se muestra en la figura.
   a) Encuentre el área, en función de x, del corte transversal de la canaleta.
   b) ¿Cuánto debe medir x para que el volumen de agua que pasa por la canaleta sea la mayor posible?



$$A(x)=(24-2x)x$$
$$A(x)=24x-2x^2$$
$$x_v=-\frac{b}{2a}=\frac{-24}{2(-2)}=6$$

La coordenada x del vértice indica la mayor magnitud posible en una parábola cóncava hacia abajo.

5. Se desea construir un recipiente con la forma de un cilindro circular sin tapa con un volumen de 24π centímetros cúbicos. El precio del material que se usa para el fondo es el triple que el del material que se usa para la parte curva. Exprese el costo del recipiente en función del radio de la base del cilindro.

UNIVERSIDAD NACIONAL DE COLOMBIA

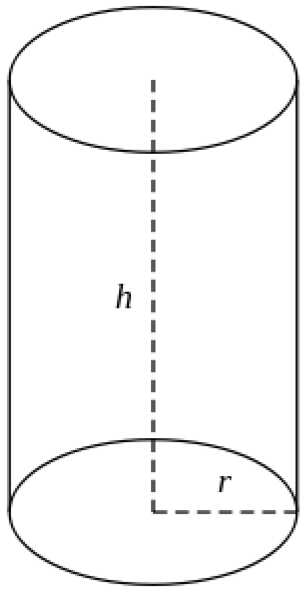
MATEMÁTICA APLICADA

INGENIERÍAS

CALCULO DIFERENCIAL

SOLUCIÓN PARCIAL 01(GRUPO 04)

Manizales, 26 de Septiembre de 2013



$$V = \pi r^2 h = 24\pi cm^3$$

Costo Tapa = 3 Costo Cubierta

Área Tapa = πr^2

Área Cubierta = $2\pi rh$

x : Costo de la cubierta / cm^2

Costo Tapa = $3\pi r^2 x$

Costo cubierta = $2\pi rhx$

$$h = \frac{24}{r^2}$$

$$Costo(x,r) = 3x\pi r^2 + 2x\pi rh$$

$$Costo(x,r) = 3x\pi r^2 + 2x\pi r\frac{24}{r^2}$$

$$Costo(x,r) = 3x\pi r^2 + \frac{48x\pi}{r}$$

$$Costo(x,r) = 3\pi x\left(r^2 + \frac{12}{r}\right)$$

$$Costo(x,r) = 3\pi x\left(\frac{r^3 + 12}{r}\right)$$